



3loom team

Mohamed Gameel

* Final revision in (differentiation and integration): -

→ important laws in diff. -

الدالة المشتقة	المشتقة	الدالة المشتقة	المشتقة
$\sin(x)$	$\cos(x) \cdot x'$	$\sinh(x)$	$\cosh(x) \cdot x'$
$\cos(x)$	$-\sin(x) \cdot x'$	$\cosh(x)$	$\sinh(x) \cdot x'$
$\tan(x)$	$\sec^2(x) \cdot x'$	$\tanh(x)$	$\sec^2(x) \cdot x'$
$\cot(x)$	$-\csc^2(x) \cdot x'$	$\coth(x)$	$-\csc^2(x) \cdot x'$
$\sec(x)$	$\sec(x) \cdot \tan(x) \cdot x'$	$\operatorname{sech}(x)$	$-\operatorname{sech}(x) \cdot \tanh(x) \cdot x'$
$\csc(x)$	$-\csc(x) \cdot \cot(x) \cdot x'$	$\operatorname{csch}(x)$	$-\operatorname{csch}(x) \cdot \coth(x) \cdot x'$

الدالة المشتقة	المشتقة	الدالة المشتقة	المشتقة
$\sin^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sinh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{x^2+1}}$
$\cos^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{\sqrt{1-x^2}}$	$\cosh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{x^2-1}}$
$\tan^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1+x^2}$	$\tanh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1-x^2}$
$\cot^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{1+x^2}$	$\coth^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1-x^2}$
$\sec^{-1}(x)$	$\frac{x'}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{sech}^{-1}(x)$	$\frac{x'}{x\sqrt{1-x^2}}$
$\csc^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{csch}^{-1}(x)$	$\frac{-x'}{x\sqrt{1-x^2}}$

* لا يجب أن تكون الدالة لها مشتقة

$$\Rightarrow y = \sin^{-1}(x) \quad (* \sin) \quad \therefore \sin y = x \quad (\text{diff})$$

$$\therefore \cos(y) \cdot y' = 1 \quad (\text{square})^2 \quad \therefore \cos^2(y) \cdot y'^2 = 1 \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{\cos^2(y)}$$

$$\therefore \cos^2(y) + \sin^2(y) = 1 \quad \therefore \cos^2(y) = 1 - \sin^2(y) \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{1 - \sin^2(y)}$$

$$\therefore \sin(y) = x \quad \therefore \sin^2(y) = x^2 \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{1 - x^2} \quad (\text{root})$$

$$\therefore y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (* \sin^{-1})$$

يجب أن تكون مشتقة الدالة لها مشتقة

• Gameel.

في كل سؤال التفرع للدالة - (الاتصال).

أولاً : يجب معرفة قيمة الدالة الاساسية من التفرع.

ثانياً : يجب بحث نهايات الدالة لإفرا معرفة اتصال الدالة من جهة.

Ex 1 - $F(x) = \begin{cases} \frac{5}{12} & x=0 \\ \frac{x^3 - 5x + 6}{x^4 - 6x^2} & \end{cases}$. الدالة الاساسية عند $(\frac{5}{12})$.

في بحث اتصال الدالة الاساسية لإفرا .

من طرف النهايات .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 5x}{x^4 - 6x^2} = \frac{0}{0}$$

بما أنه أفقاري لوبيتان .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5}{4x^3 - 6} = \frac{0 - 5}{0 - 6} = \frac{5}{6}$$

وهي أفقاري أسية مفردة في النهايات .

$$F(x)_1 \neq F(x)_2 \quad (\text{العدم connected})$$

$$F(x)_1 = F(x)_2 \quad (\text{العدم connected})$$

في مقلول تايلور وماتلوريل .

له القوة بين المقلولين أن تايلور لم يعوض مكان كل (a) بهيكون ذلك

ماتلوريل (يعني مقلول ماتلوريل هو مقلول تايلور من معوض ب (a=0) .

مقلول تايلور :
$$F(x) = F(a) + \frac{x-a}{1!} * F'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} * F''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} * F'''(a) + \dots$$

في حلوان من مقلول مقلول تايلور أو ماتلوريل .

① إيراد الدالة الاساسية من مشتقاتها من (a) (الحال الاقصى هو ج وراة) .

② تكون مكان السطون (المقلول) مع حراساء أو أفقاري .

في من تحديد فالقول قول (a) أو قول (x) .

$$\left(\begin{array}{l} x+a=x \quad \text{فوق } a \\ x-a=a \quad \text{فوق } x \end{array} \right)$$

• Gameel .

→ integration:-

* Basic Rules:-

- 1) $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.
- 2) $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$.
- 3) $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$
 $= \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
- 4) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.
- 5) $\tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$.
- 6) $\cot^2(x) + 1 = \operatorname{cosec}^2(x)$.
- 7) $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$.
- 8) $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
- 9) $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
- 10) $\int \sec(x) = \ln |\sec x + \tan x| + C$.
- 11) $\int \operatorname{cosec}(x) = \ln |\operatorname{cosec}(x) + \cot(x)| + C$.
- 12) $\int \sin^2(x) = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) + C$.
- 13) $\int \cos^2(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) + C$.
- 14) $\sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \sinh \theta \\ x = a \tan \theta \end{matrix}$.
- 15) $\sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \tanh \theta \\ x = a \sin \theta \end{matrix}$.
- 16) $\sqrt{x^2 - a^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \sec \theta \\ x = a \cosh \theta \end{matrix}$.

في كل الحالة (14 و 15 و 16) لا يجوز التعويض بدلالة واحدة فقط بل يجب لو هناك أكثر من متغير أو متغيرين مثل x تابع فهو بدلالة المتغير θ وتكون عليه قيمته θ في x .

في كل حالة الحالات السابقة لا يشترط أن يكون (الدالة والمطلوب) تحت الجذر مجزأ مستنداً التعويض المتكامل بدون الجذر.

في حالة الدالة المتكاملة بالتعويض هو اختيار السطح التي تطبق السطح لجعل المتكامل متعلق بمتغير واحد فقط عليه مثل $(3x^2)$ يبقى فقط $(y = x^3)$ حيث يكون $(dy = dx \times 3x^2)$.

في حالة ظهور متكامل للدالة العكس المتكاملة فنقوم بضرب الدالة في $(\frac{1}{a})$ في جميع الحدود ما عدا حالة الجيب وجيب التمام.

في الدالة العكس: متباين $(\frac{1}{a} \times (\frac{x}{a})^{-1} \tan^{-1}(\frac{x}{a}) \text{ or } \sin^{-1}(\frac{x}{a}))$.

لا يجوز في التكامل بالتعويض أن تكون متباين مرتين بالتعويض وهذا يكون في الحالة (5).

في حالة أنواع عدة قبل متبايناتها جميعاً علينا (تعويض في التعويض) ما دنا.

في أن تكون الجذرية لو أنكرت متباين تخليه متعلق من طرفه الآخر بحوله.

لا لا نضع ثابت في التكامل المحدود.

في دراسته حالات التكامل بالتعويض والتكامل الجبرية ما درسه آخر.

* integration (التكامل الجزئي).

يوجد ٣ حالات لتكامل التكامل الجزئي.

الحالة ١ - السطح أقل من التكامل في الدرجة (كسر فعلي أو فعلي) ويكون التكامل درجته (١) - $\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (x-a)(x-b) \dots$

الحالة ٢ - السطح أقل من التكامل في الدرجة (كسر فعلي) ويكون درجه التكامل (١) مكرر مكرره - $\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (x-a)^n$.

في هذه الحالة نوزع الثوابت على عدد مقادير التكامل -

$$\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (2x-1)^3 \Rightarrow \frac{A}{(2x-1)^3} + \frac{B}{(2x-1)^2} + \frac{C}{(2x-1)^1}$$

الحالة ٣ - السطح أقل من التكامل في الدرجة (كسر فعلي) ويكون التكامل فيه قوسية أو أكثر حيث (مكرر وآخر أكبر من الدرجة مكرره) -

$$\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (3x^2 - x + 1)(x-1)^3$$

في هذه الحالة نوزع الثوابت على كل قوس مكرر في قوس الدرجة الثانية يكون السطح هو الحد ودرجة عليه ص (١) مقراً

لتكامل:

$$\Rightarrow \frac{Ax+B}{3x^2-x+1} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x-1)^2} + \frac{N}{(x-1)^1}$$

ملاحظة ١ - عدد الثوابت يكون مساو لعدد الاقواس المتكرر في التكامل.

ملاحظة ٢ - انكس الحقيقي أو الفعلي هو $\Rightarrow F(x) > g(x)$ انكس العرقي حقيقي أو لغير الفعلي هو $\Rightarrow F(x) < g(x)$

في الدرجة

(التفاعل بالبحر) integration By Parts.

الحالة الأولى :- حاصل ضرب (دالة آسية في دالة كثيرة حدود)

تفاعل	مفاعل
u	u
دالة آسية	دالة كثيرة حدود

الحالة الثانية :- حاصل ضرب (دالة مثلثية في دالة كثيرة حدود)
أورائيد

تفاعل	مفاعل
u	u
دالة مثلثية أورائيد	دالة كثيرة حدود

الحالة الثالثة :- حاصل ضرب (دالة مثلثية عكسية في آء دالة)
أورائيد عكسية

تفاعل	مفاعل
u	u
الدالة لا فوس	دالة مثلثية عكسية
	دالة أورائيد عكسية

الحالة الرابعة :- حاصل ضرب (السوناريم (١٨) في آء دالة)

تفاعل	مفاعل
u	u
الدالة لا فوس	السوناريم

في الحالة الخامسة - حاصل ضرب (والد مثلية في والد أسية)
وأسية

« صفنا مثلية والد صفنا والد أسية صفنا أسية
صفي حاصل ضربنا »

« التكاثر في المرة الثانية سوف يعود لأصله (I) بالذات نخوض مثلاً
ب (I) ونقسمه من (2) ؟ للحصول الناتج .

« التكاثر بالبحرنة سيُقدم في حالة ضرب الدوال العنيفة محل آس
لا تحل بالقواعد الأساسية .

« التكاثر بالأسور الجبرية سيُقدم في حالة قسمة الدوال التامة لا تحل
بالقواعد الأساسية .

« في التكاثر بالبحرنة لا نذكر الناتج حسب وضع الناتج ولقد حققنا في نهاية
التكاثر .

في التكامل المحدود -

$$1) \int_a^b F'(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

$$2) \int_a^b F'(x) dx = - \int_b^a F'(x) dx.$$

$$3) \int_a^b F'(x) dx = \int_a^c F'(x) dx + \int_c^b F'(x) dx.$$

$$4) \int_{-a}^a F'(x) dx \begin{cases} \rightarrow F(x) \text{ odd} \Rightarrow 0 & (\text{الدالة لو فردية}). \\ \rightarrow F(x) \text{ even} \Rightarrow 2 \int_0^a F(x) dx & (\text{الدالة لو زوجية}). \end{cases}$$

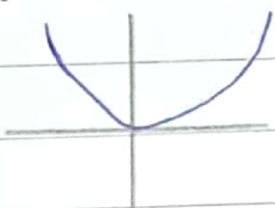
في تطبيق على التكامل المحدود -

في إعطاء من طريقة رسم الداليتين ومعرفة الجزء المطلوب إيجاد مساحته .

في إما مساواة الداليتين ومعرفة حدود التكامل ونقوم بطرح الدالة الأولى من الثانية لإيجاد المساحة ولذا نكون سائب لذلك في شغل محدد .

في أشكال الدالة التربيعية (دالة y) :-

$$y = x^2$$



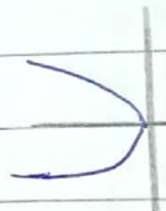
$$y = -x^2$$



$$y^2 = x$$



$$y^2 = -x$$



في معرفة أن الأول y_1 والثاني y_2 .
 $y = x^2$ و $y = x - 2 \Rightarrow$

$$y_1 = y_2$$

في الحصول على قيمتي x وهذه هي حدود التكامل .

في طرح (القيمة y_2) أو (القيمة y_1) بشرط وجود محدد .